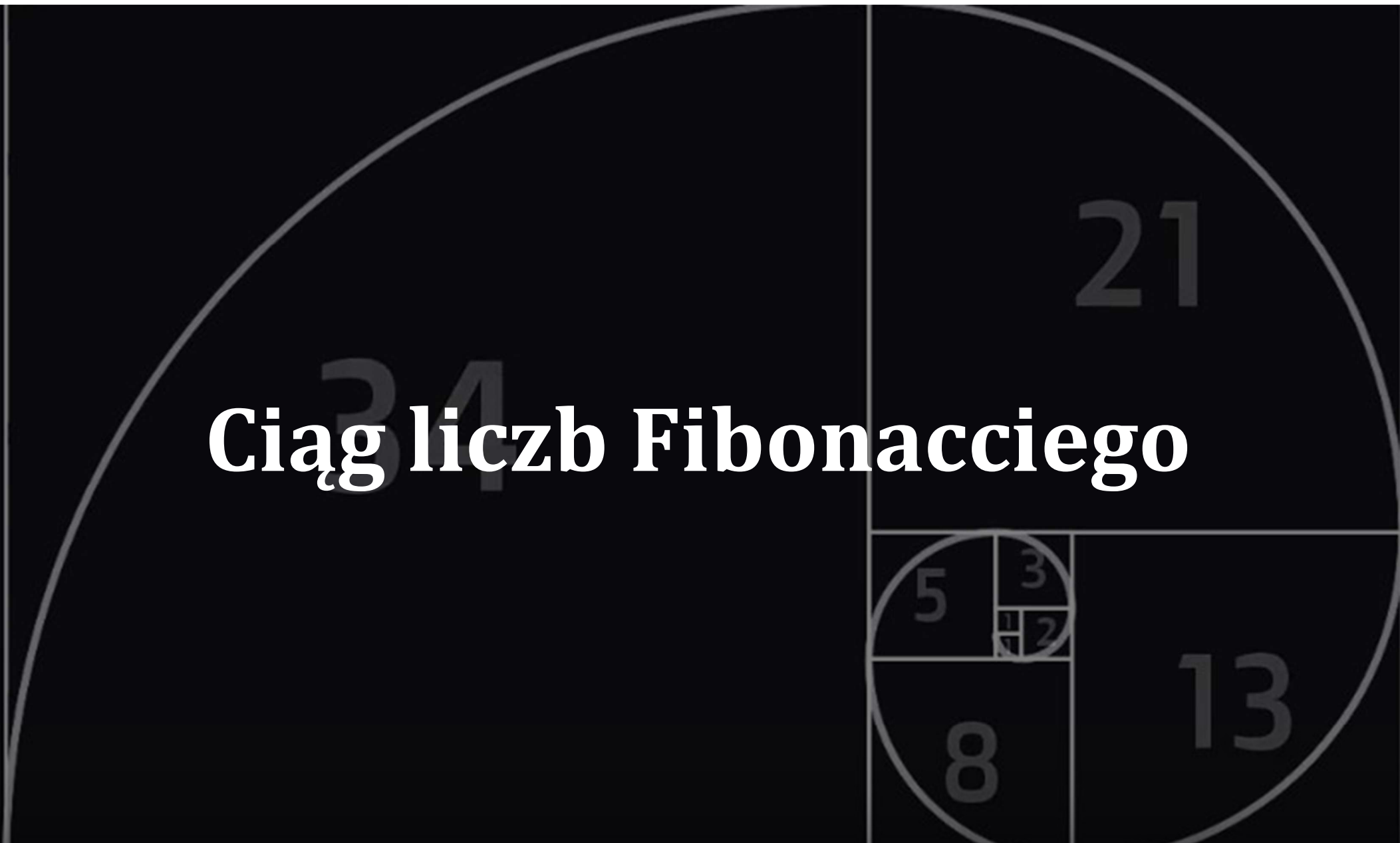



Ciąg liczb Fibonacciego





**Leonardo z Pizy
(zwany Fibonaccim)
1175 - 1250**

Jest to włoski matematyk.
Dzięki niemu znamy ciąg
Fibonacciego oraz
posługujemy się w Europie
cyframi arabskimi.
Jednak nazwę "ciąg
Fibonacciego" spopularyzował
w XIX w. Édouard Lucas.





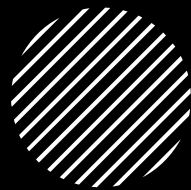
Ciąg Fibonacciego

Pierwsze dwa wyrazy są równe 1 (choć czasem podaje się je jako 0 i 1), a każdy następny jest sumą dwóch poprzednich.

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{dla } n = 0; \\ 1 & \text{dla } n = 1; \\ F_{n-1} + F_{n-2} & \text{dla } n > 1. \end{cases}$$

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 ...

Wyraz tego ciągu nazywamy
liczbami Fibonacciego





Kiedy podzielimy przez siebie dowolne dwa kolejne wyrazy ciągu Fibonacciego to stosunek tych liczb zawsze będzie równy tej samej liczbie, która wynosi ok. 1,618

np. $89 / 55 = 1,618$ (dobre przybliżenie)

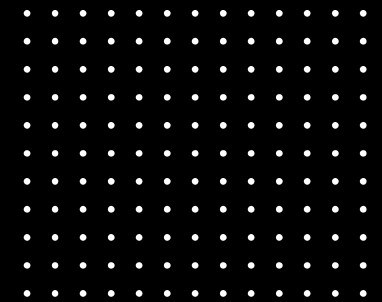
$21 / 13 = 1,615$ (słabsze przybliżenie)

$2 / 3 = 1,5$ (jeszcze słabsze przybliżenie)

Ciąg Fibonacciego

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 ...

Im większe wyrazy ciągu podzielimy, tym dokładniejsze przybliżenie tej liczby otrzymamy.





Stosunki dwóch kolejnych wyrazów ciągu

1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 ...

$$1/1=1$$

$$2/1=2$$

$$3/2=1,5$$

$$5/3=1,666666667$$

$$8/5=1,6$$

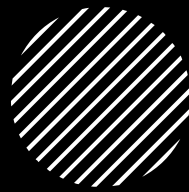
$$13/8=1,625$$

$$21/13=1,615384615$$

$$34/21=1,619047619$$

$$55/34=1,617647059$$

$$89/55=1,618181818$$



$$144/89=1,617977528$$

$$233/144=1,618055556$$

$$377/233=1,618025751$$

$$610/377=1,618037135$$

$$987/610=1,618032787$$

$$1597/987=1,618034448$$

$$2584/1597=1,618033813$$

$$4181/2584=1,618034056$$

$$6765/4181=1,618033963$$

$$10946/6765=1,618033999$$





Złota liczba

Stosunek dwóch kolejnych wyrazów ciągu nazywamy **złotą liczbą**, oznaczamy ją za pomocą greckiej litery Φ (czyt. Fi)

$$\Phi = 1,618033988749\dots$$

Ten stosunek określa się czasem mianem złotego podziału lub boskiej proporcji.

Złota spirala

Jest to graficzna interpretacja ciągu liczb Fibonacciego.





Małe φ to stosunek
kolejnego, mniejszego wyrazu
ciągu do większego,

$$\text{np. } 5 / 8 = 0,625$$



**Relacja duże Φ
małe φ**

$$\Phi + \varphi = 5$$

$$\Phi^2 = 1 + \Phi$$

$$\Phi - \varphi = 1$$

$$\varphi^2 = 1 - \varphi$$

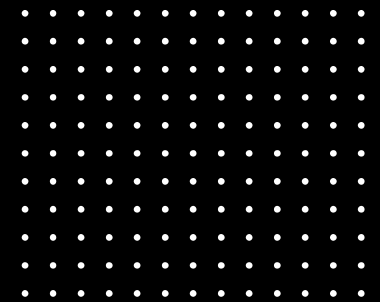
$$\Phi * \varphi = 1$$

$$\Phi / \varphi = \Phi + 1$$

$$\varphi / \Phi = 1 - \varphi$$

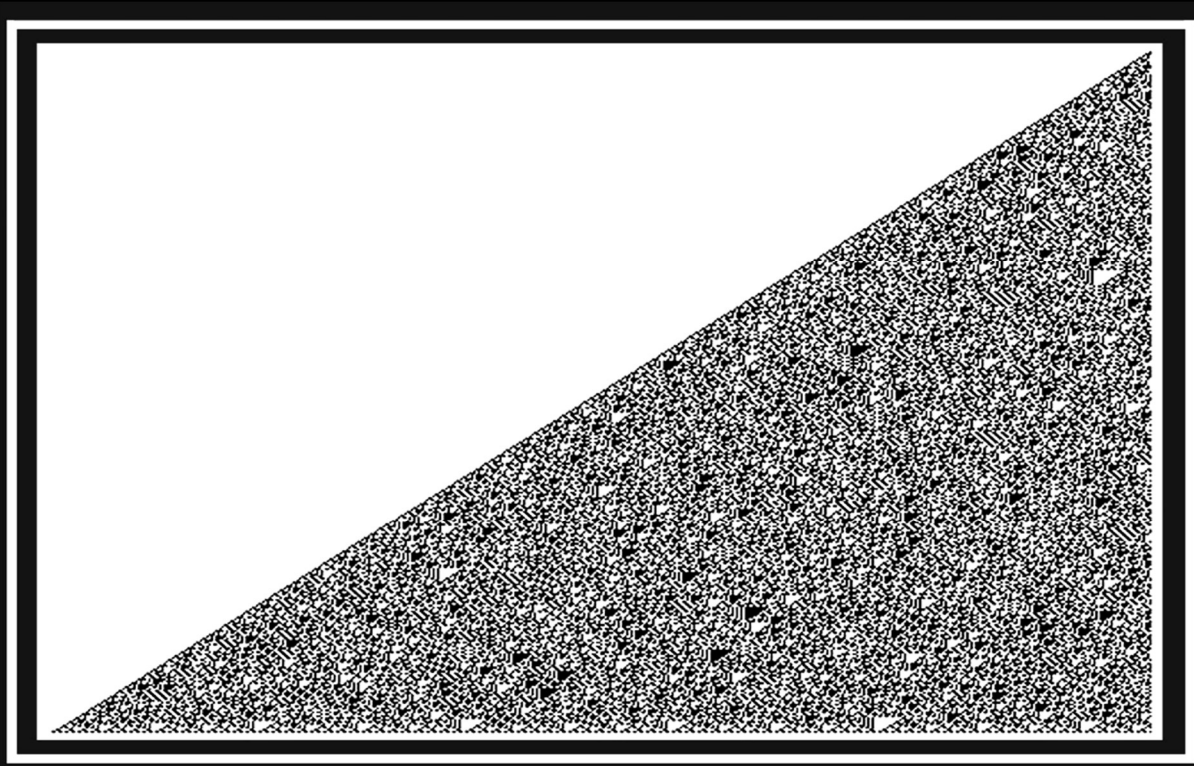
$$\Phi = 1,618\dots$$

$$\varphi = 0,618\dots$$





Fraktal binarny Fibonacciego



białe punkty – 0 czarne punkty - 1

Fraktal – figura mająca powtarzający się kształt w miarę poruszania się w jej głąb. Mówimy o tej własności samopodobieństwo - fragmenty figury oglądane w odpowiednim powiększeniu wyglądają tak samo jak obiekt pierwotny przed powiększeniem.

